

Testatreihe 4D

Testat 12(II). Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = (1, 1 + z, 1)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (1, 1, -1)$$

$$Q = (2, 2, 0)$$

$$R = (0, 2, -1)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich Q von R aus gesehen links von P befindet.

Lösung: $\frac{1}{3}$

Testat 13(II). Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t) \cos(\phi), f(t) \sin(\phi))$ mit $0 \leq t \leq \infty$ und $0 \leq \phi \leq g(t)$ parametrisierten Fläche im \mathbb{R}^3 , wobei f und g durch

$$f(t) = 5 + \cosh(t)$$

$$g(t) = \exp(-4 \cdot t)$$

gegeben sind

Lösung: $\frac{13}{8}$

Testat 1(III). Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen f zutrifft.

A f ist auf ganz \mathbb{C} holomorph.

B f ist auf \mathbb{C} bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

C f ist auf einer dichten Teilmenge von \mathbb{C} holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \frac{\exp(z \log 9)}{\cos(z) + 13i}$$

$$f(z) = \tan(1/z^2) - e^{\frac{1}{z}+3}$$

$$f(z) = e^{e^{z^5}} - \log(\arctan(1))$$

Lösung: B, C, A

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + e^{5n}) \cdot z^{n^2}}{e^{n^2} \cdot n!^4}$$

Lösung: e

Testat 3(III). Man berechne das Kurvenintegral von

$$(-2 - 3 \cdot i \cdot \Re(z) - i \cdot \Im(z)) \cdot \exp(z) dz$$

entlang folgender Kurve: Die Strecke von 0 nach $-1 - i$.

Lösung: $6 \cdot i \cdot \exp(-1 - i) - 2 \cdot i$.

Testat 4(III) Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

$$e^{\frac{z}{\sin(z)^2}} - \log(1 + z), \quad z = 0$$

$$(1 + z)^6 \exp\left(\frac{1}{1 - z^2}\right), \quad z = -1$$

$$\frac{(\cos(2z) - 1)^2}{z^5}, \quad z = 0$$

Lösung: W, W, P

Testat 5(III). Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{\sin(5z) - \tan(5z) - 3 \cdot \exp(3z)}{\tan(z)}$$

an der Stelle 0.

Lösung: -3 .

Testat 6(III). Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 + 13 \cdot z^2 + 36)} dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt 0, mathematisch negativ durchlaufen.

Lösung: 0.

Testat 7(III). Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(z^4 + 8 \cdot z^3 + 23 \cdot z^2 + 28 \cdot z + 12)}{((\sin(z) + \cos(z)) \cdot (z^4 - 3 \cdot z^3 - 3 \cdot z^2 + 11 \cdot z - 6))}$$

im Nullpunkt.

Lösung: $\frac{\pi}{4}$.

Testat 8(III). Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{(-t - 4) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 14 \cdot t^3 + 71 \cdot t^2 + 154 \cdot t + 120)} dt.$$

Lösung: $\frac{\sqrt{5}\pi}{6} + \frac{\sqrt{2}\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$.

Testat 9(III). Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{(-t - 1) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 8 \cdot t^3 + 21 \cdot t^2 + 22 \cdot t + 8)} dt.$$

Lösung: $\frac{2\cdot\pi}{3} - \frac{\sqrt{2}\pi}{2}$.